

## FİZİKA

УДК 539.21

ПАЖС 68.65. Жд, 73.50. Бк.

**ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В КВАЗИДВУМЕРНЫХ  
ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ ПРИ РАССЕЯНИИ НА СИЛЬНО  
ЭКРАНИРОВАННЫХ ИОНАХ ПРИМЕСИ****Б.М.АСКЕРОВ, Г.И.ГУСЕЙНОВ, С.Р.ФИГАРОВА***Бакинский Государственный Университет**figarov@bsu.az*

*В настоящей работе изучаются эффект Холла и магнитосопротивление в квазидвумерных и квазитрехмерных электронных системах с косинусоидальным законом дисперсии при рассеянии носителей тока на сильно экранированных ионах примеси. Найдены общие выражения для компонент гальваномагнитного тензора в поперечном магнитном поле. Показано, что коэффициент Холла квазидвумерного электронного газа определяется только параметрами кристалла, а магнитосопротивление немотонно зависит от степени заполнения минизоны.*

**Ключевые слова:** эффект Холла, магнитосопротивление, ионы примеси.

Слоистые соединения и сверхрешетки, в которых квазидвумерный электронный газ обладает косинусоидальным законом дисперсии являются важным объектом для исследования кинетических явлений в низкоразмерных системах. Благодаря анизотропии кристаллы этого класса открывают возможность исследовать наиболее интересные эффекты физики твердого тела в их квазидвумерным и квазитрехмерным проявлении.

Возможности улучшения характеристик полупроводниковых приборов [см. например 1] стимулировали активную деятельность по выращиванию гетероструктур на основе *GaAs*, а также исследованию явлений переноса в них и природных сверхрешетках. Указанная проблема вызвала большой интерес у ряда экспериментаторов и по мере накопления их результатов началось детальное и систематическое сравнение экспериментов с имеющимися теоретическими данными по механизмам рассеяния, энергетическому спектру и конкретным явлениям переноса. Уже проведенные сравнения показали, что в структурах с наибольшими подвижностями вплоть до температур порядка 77 К доминирует фононное рассеяния, а при гелиевых температурах – кулоновское. Теория рас-

сеяния носителей тока на ионах примеси значительно сложнее, чем электрон-фононное рассеяние и существенно зависит от конкретного вида энергетического спектра.

В работах [2,3] изучается рассеяние носителей тока на ионах примеси в низкоразмерных электронных системах с косинусоидальным законом дисперсии. Теории же кинетических эффектов при рассеянии на ионах примеси посвящено мало работ [см. например 4] из-за сложности энергетической зависимости времени релаксации, причем в имеющихся работах проводятся численные расчеты для конкретных энергетических структур. При рассмотрении явлений переноса в магнитном поле в низкоразмерных электронных системах время релаксации вообще считалось не зависящим от энергии [5].

С учетом анизотропии времени релаксации при отсутствии магнитного поля в [6] вычислена электропроводность, а в магнитном поле этот вопрос рассмотрен в работах [7,8].

В этих работах время релаксации при рассеянии электронов проводимости на ионах примеси в борновском приближении рассматривалось при слабой экранировке кулоновского потенциала примесных ионов  $kr_0 \gg 1$ . Однако представляет интерес исследовать кинетические эффекты и в случае сильного экранирования кулоновского потенциала примесных ионов  $kr_0 \ll 1$ .

В данной работе изучаются гальваномагнитные явления с учетом рассеяния носителей тока на сильно экранированных ионах примеси в квазидвумерных и квазитрехмерных электронных системах с косинусоидальным законом дисперсии. Получены общие выражения для компонент гальваномагнитного тензора в поперечном магнитном поле. Показано, что при полном вырождении коэффициент Холла квазидвумерного электронного газа  $\xi > 2\varepsilon_0$  не зависит от полной концентрации носителей тока и определяется только параметрами кристалла, но не степенью заполнения зоны. В то время как коэффициент Холла квазитрехмерного электронного газа существенно зависит от степени заполнения зоны и при  $Z_0 \rightarrow \pi$  резко уменьшается. Получено, что магнитосопротивление в сильном магнитном поле не зависит от величины магнитного поля и радиуса экранирования, а определяется только степенью заполнения зоны. В слабом магнитном поле магнитосопротивление положительно зависит от величины магнитного поля и радиуса экранирования, а также немонотонно зависит от степени заполнения зоны.

### **Общий вид компонент гальваномагнитного тензора**

Будем исходить из энергетического спектра для сверхрешетки, который имеет косинусоидальный вид. Вид и обозначения для этого спек-

тра приведены в работе [6]. В сверхрешетках с указанным спектром времени релаксации  $\tau$  электронов проводимости сильно зависит от энергетического спектра. В работе [6] при учете анизотропии времени релаксации получены аналитические выражения для поперечного  $\tau_{\perp}$  и продольного  $\tau_{\parallel}$  времени релаксации при рассеянии электронов проводимости на ионах примеси. Эти выражения получены в борновском приближении  $r_0 \ll r_B$ , где  $r_B = \chi \hbar^2 / m e^2$  - борровский радиус,  $\chi$  - диэлектрическая проницаемость,  $r_0$  - усредненное значение радиуса экранирования [9],  $m$  и  $e$  - масса и заряд электрона, соответственно.

При рассеянии электронов проводимости на сильно экранированных ионах примеси при выполнении условия  $kr_0 \ll 1$  в квазидвумерных электронных системах компоненты обратного времени релаксации  $\tau_{\perp}$  и  $\tau_{\parallel}$  равны и имеют вид [6]:

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{1}{\tau_{\parallel}} = \frac{1}{\tau_0} 2k_z r_0 \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что в этом случае время релаксации зависит только от продольной компоненты волнового вектора  $k_z$  и радиуса экранирования  $r_0$ , где  $\tau_0 = \frac{(m\chi)^{1/2}}{8\pi N_i e a^{3/2}}$ , здесь  $N_i$  - концентрация ионов примеси.

В общем случае радиус экранирования вырожденного электронного газа зависит от степени заполнения зоны  $Z(\xi_F) = ak_z$  и от концентрации электронного газа  $n$  следующим образом:

$$r_0^{-2} = \left( \frac{4\pi e^2}{\chi} \right) \frac{m_{\perp} Z(\xi_F)}{\pi^2 \hbar^2 a} = \frac{4\pi e^2 n}{\chi \varepsilon_0}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая постоянная.

На основе вышеприведенного выражения для времени релаксации вычислим компоненты гальваномагнитного тензора квазидвумерных электронных систем при рассеянии на ионах примеси, исходя из выражения для плотности тока [10]:

$$j_i = - \frac{em_{\perp}}{2\pi^2 \hbar^2 a} \int_0^{Z_0} dZ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \left( - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) P_i v_i^2 d\varepsilon_{\perp}, \quad (3)$$

где

$$Z_0 = \begin{cases} \pi & \text{при } \xi > 2\varepsilon_0 \\ \arccos\left(1 - \frac{\xi}{\varepsilon_0}\right) & \text{при } \xi < 2\varepsilon_0 \end{cases},$$

$\xi$  - граничная энергия Ферми,  $P_i$  - компоненты импульса обобщенной

силы [9],  $v_i$  - компонент вектора скорости электрона проводимости.

Внешнее магнитное поле связывает движения носителей на плоскости слоя и в направлении перпендикулярном ему. Поэтому кинетические эффекты зависят от направления внешнего магнитного поля относительно плоскости слоя. В настоящей работе индукция магнитного поля направлена перпендикулярно к плоскости слоя -  $B_z = B, B_x = B_y = 0$ .

Используя явный вид  $P_i$  из [9], переходя к цилиндрической системе координат и интегрируя по  $\varphi$ , из закона Ома:

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y \\ j_y &= \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y \end{aligned} \quad (4)$$

получим следующие выражения для компонент гальваномагнитного тензора:

$$\sigma_{11} = \sigma_{yy} = \sigma_{xx} = e^2 n_0 \left\langle \frac{\tau_{\perp}}{1 + v_{\perp}^2} \right\rangle \quad (5)$$

$$\sigma_{12} = -\sigma_{yx} = \sigma_{xy} = e^2 n_0 \left\langle \frac{\tau_{\perp} v_{\perp}}{1 + v_{\perp}^2} \right\rangle, \quad (6)$$

где  $v_{\perp} = \frac{eB\tau_{\perp}}{m_{\perp}}$ ,  $n_0 = \frac{m_{\perp}(\xi - \varepsilon_0)}{\pi\hbar^2 a}$ ,  $\langle \dots \rangle$  имеет смысл.

$$\langle A \rangle = \frac{m_{\perp}}{\pi^2 \hbar^2 a n_0} \int_0^{Z_0} dZ \int_0^{\infty} \left( -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\perp}} \right) A \varepsilon_{\perp} d\varepsilon_{\perp} \quad (7)$$

В случае вырожденного электронного газа при произвольном значении неквантующего поперечного магнитного поля после интегрирования по  $\varepsilon_{\perp}$  для компонент тензора электропроводности получим:

$$\sigma_{11} = \frac{e^2 n_0 \tau_0}{m_{\perp}} \left( \frac{\varepsilon_0}{\xi - \varepsilon_0} \right) \left( \frac{a}{2r_0} \right) \int_0^{Z_0} \frac{(\cos Z - \cos Z_0) dZ}{Z \left[ 1 + v_{\perp 0}^2 \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 \frac{1}{Z^2} \right]} \quad (8)$$

$$\sigma_{12} = \frac{e^2 n_0 \tau_0}{m_{\perp}} \left( \frac{\varepsilon_0}{\xi - \varepsilon_0} \right) v_{\perp 0} \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 \int_0^{Z_0} \frac{(\cos Z - \cos Z_0) dZ}{Z^2 \left[ 1 + v_{\perp 0}^2 \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 \frac{1}{Z^2} \right]} \quad (9)$$

Аналитические выражения, полученные для компонент гальваномагнитного тензора, справедливы как для квазидвумерного ( $\xi > 2\varepsilon_0$ ), так и квазитрехмерного ( $\xi < 2\varepsilon_0$ ) электронному газу при полном вырождении.

Но при произвольном значений неквантующего магнитного поля получить аналитическую зависимость таких гальваномагнитных коэф-

коэффициентов как коэффициент Холла и магнитосопротивление  $\Delta\rho/\rho$  невозможно. Поэтому мы отдельно рассмотрим случаи квазидвумерного ( $\xi > 2\varepsilon_0$ ) и квазитрехмерного ( $\xi < 2\varepsilon_0$ ) электронного газа в сильном ( $v_{\perp} \gg 1$ ) и слабом ( $v_{\perp} \ll 1$ ) магнитном поле перпендикулярном к плоскости слоя.

### Гальваномагнитные коэффициенты

а) Коэффициент Холла R.

В случае магнитного поля, перпендикулярного плоскости слоя коэффициент Холла определяется, исходя из следующего общего выражения

$$R = -\frac{1}{B} \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2} \quad (10)$$

Теперь, отдельно рассмотрим предельные случаи слабого  $v_{\perp 0} \ll 1$  и сильного  $v_{\perp 0} \gg 1$  магнитного поля.

В случае слабого магнитного поля из выражения (8),(9) для компонент гальваномагнитного тензора  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{12}$  имеем

$$\sigma_{11} = \frac{e^2 n_0 \tau_0}{m_{\perp}} \left( \frac{\xi}{\xi - \varepsilon_0} \right) \left( \frac{a}{2r_0} \right) \left[ I_{-1,0,1} - v_{\perp 0}^2 \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 I_{-3,0,1} \right] \quad (11)$$

$$\sigma_{12} = \frac{e^2 n_0 \tau_{\perp 0}}{m_{\perp}} \left( \frac{\xi}{\xi - \varepsilon_0} \right) v_{\perp 0} \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 I_{-2,0,1}, \quad (12)$$

где  $I_{k\ell m} = \int_0^{Z_0} Z^k \cos^{\ell} Z (\cos Z - \cos Z_0)^m dZ$

Подставляя выражение (11) и (12) в формулу для коэффициента Холла (10) в случае слабого магнитного поля получим

$$R = -\frac{\pi^2 \hbar^2 a I_{-2,0,1}}{em_{\perp} \varepsilon_0 I_{-1,0,1}^2} \quad (13)$$

Как видно в этом случае коэффициент Холла выражается через интегралы  $I_{k,l,m}$ , которые не интегрируются и по этим формулам можно численно построить зависимость коэффициента Холла от степени заполнения зоны.

Далее следует рассмотреть в отдельности квазидвумерный ( $\xi > 2\varepsilon_0$ ) и квазитрехмерный ( $\xi < 2\varepsilon_0$ ) электронный газ.

Анализ выражения (13) показывает, что для квазидвумерного случая коэффициент Холла определяется формулой

$$R = \frac{1}{en_{eff}}, \quad (14)$$

где  $n_{eff} = \frac{m_{\perp} \varepsilon_0}{\pi \hbar^2 a}$ , т.е. при полном вырождении коэффициент Холла не зависит от полной концентрации носителей тока.

В данном случае знак коэффициента Холла фиксирован и соответствует типу проводимости вещества, образующих сверхрешетку, в отличие от сверхрешеток от узких зон, где знак коэффициента Холла определяется степенью заполнения зоны. Кроме того, следует отметить, что в квазидвумерном случае коэффициент Холла определяется только параметрами кристалла, а не степенью заполнения зоны.

Критерий невырожденности электронного газа в сверхрешетке имеет вид  $\frac{\pi \hbar^2 n}{k_0 T} \ll 1$  и является менее жестким, чем условие невырожденности в трехмерном случае. Другими словами, в сверхрешетке с одной заполненной минизоной вырождение наступает при больших концентрациях носителей тока, чем в исходном кристалле.

В квазитрехмерном случае, в отличие от квазидвумерного, коэффициент Холла существенно зависит от степени заполнения зоны и при  $Z_0 \rightarrow \pi$ , как показывает численный расчет, резко уменьшается.

В сильном магнитном поле удается получить аналитические выражения для компонент гальваноманнитного тензора, которые имеют вид:

$$\sigma_{11} = \frac{e^2 n \tau_0}{m_{\perp}} \left( \frac{2r_0}{a} \right) \frac{1}{v_{\perp 0}^2} \left( Z_0 \sin Z_0 - \frac{1}{2} Z_0^2 \cos Z_0 + \cos Z_0 - 1 \right) \quad (15)$$

$$\sigma_{12} = \frac{e^2 n \tau_0}{m_{\perp}} \frac{1}{v_{\perp 0}} (\sin Z_0 - Z_0 \cos Z_0) \quad (16)$$

В случае сильного магнитного поля с учетом  $v_{\perp 0} \gg 1$  из (15),(16) для квазидвумерного и квазитрехмерного в отдельности получим:

$$R = -\frac{1}{en}, \quad (17)$$

где для квазидвумерного электронного газа концентрация  $n$  имеет вид:

$$n = \frac{m_{\perp} (\xi - \varepsilon_0)}{\pi \hbar^2 a},$$

а для квазитрехмерного электронного газа концентрация равна:

$$n = \frac{m_{\perp} \varepsilon_0}{\pi^2 \hbar^2 a_{\perp}} (\sin Z_0 - Z_0 \cos Z_0) \quad (18)$$

Из приведенных формул видно, что в сильном магнитном поле, в отличие от слабого магнитного поля, коэффициент Холла зависит от степени заполнения зоны.

б) Магнитосопротивление  $\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)}$

Удельное сопротивление в магнитном поле определяется общей формулой

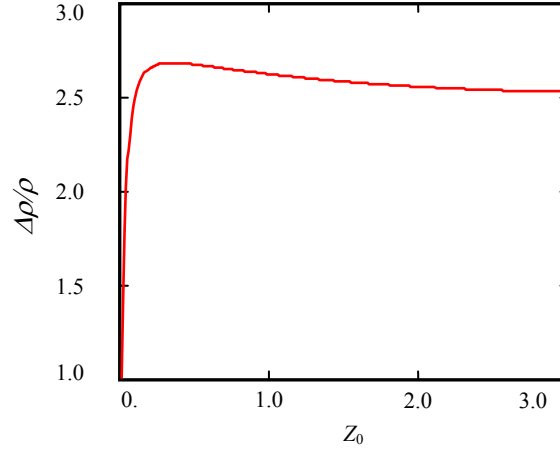
$$\rho = \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2} \quad (19)$$

Теперь отдельно рассмотрим предельные случаи слабого и сильного магнитного поля.

Подставляя (15) и (16) в (19), в случае слабого магнитного поля имеем:

$$\frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(0)} = 1 - v_0^2 \left( \frac{a}{2r_0} \right)^2 \frac{I_{-2,0,1}^2 - I_{-1,0,1} I_{-3,0,1}}{I_{-1,0,1}^2} \quad (20)$$

Из формулы (20) видно, что в слабом магнитном поле магнитосопротивление также как и коэффициент Холла выражается через интегралы  $I_{kml}$ . Из формулы (20) также следует, что величина магнитосопротивления существенно зависит от степени заполнения зоны и отношения радиуса экранирования к постоянной решетки в направлении  $z$ . Производя численный расчет, можно показать, что зависимость магнитосопротивления от степени заполнения зоны немонотонна (рис.1).



**Рис.1.** Зависимость магнитосопротивления квазитрехмерного электронного газа  $\Delta\rho/\rho$  в слабом магнитном поле от степени заполнения зоны  $Z_0$ .

Из рис.1 видно, что магнитосопротивление с ростом степени заполнения зоны резко увеличивается, а затем, переходя через пологий максимум при  $Z_0 = \frac{\pi}{2}$ , выходит на насыщение.

В сильном поле удастся получить аналитические выражения магнитосопротивления от степени заполнения зоны, которое имеет вид:

$$\frac{\rho(B)}{\rho(0)} = \frac{Z_0 \sin Z_0 - \frac{Z_0^2}{2} \cos Z_0 - \sin^2 \frac{Z_0}{2}}{(\sin Z_0 - Z_0 \cos Z_0)^2} \quad (21)$$

Из этой формулы видно, что магнитосопротивление в сильном магнитном поле не зависит от величины магнитного поля и радиуса экранирования, а определяется только степенью заполнения зоны. То, что магнитосопротивление в сильном поле не зависит от радиуса экранирования, по-видимому, связано с тем, что циклотронная орбита оказывается вне сильно экранированного поля примеси.

### Заключение

Получены аналитические выражения для компонент гальваномагнитного тензора  $\sigma_{ik}$  ( $i=1, k=1,2$ ) в магнитном поле направленным перпендикулярно к плоскости слоя проводника. На основе этих компонент вычислены коэффициент Холла и магнитосопротивление для квазидвумерного и квазитрехмерного электронного газа при рассеянии на ионах примеси с сильной экранировкой кулоновского потенциала в пределе сильного и слабого магнитного поля. Показано, что при полном вырождении коэффициент Холла квазидвумерного электронного газа  $\xi > 2\varepsilon_0$  не зависит от полной концентрации носителей тока и определяется только параметрами кристалла, но не степенью заполнения зоны. В то время как коэффициент Холла квазитрехмерного электронного газа существенно зависит от степени заполнения зоны и при  $Z_0 \rightarrow \pi$  резко уменьшается. Получено, что магнитосопротивление в сильном магнитном поле положительно, не зависит от величины магнитного поля и радиуса экранирования, а определяется только степенью заполнения зоны. В слабом же магнитном поле магнитосопротивление также положительно, зависит от величины магнитного поля и радиуса экранирования, и немонотонно зависит от степени заполнения зоны.

То, что магнитосопротивление в сильном поле не зависит от радиуса экранирования, по-видимому, связано с тем, что циклотронная орбита оказывается вне сильно экранированного поля примеси.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Mimura T., Joskin K., Hyamizu S., Hikosaka K. and Abe M. High electron mobility transistor logics. Jpn J. Appl. Phys., 1981, v.20, p.1.598-1.600.
2. Sarma S.Дас, Hwang E.H. Phys. Charged impurity-scattering-limited low temperature resistivity of low-density silicon inversion layers. Pev.Lett., 1999, v.83, p.164-167.
3. Борисенко С.И. Дисперсия времени релаксации квазидвумерных электронов при рассеянии на ионах примеси в сверхрешетке с легированными квантовыми ямами. ФТП, 2003, т. 37, с.588-592.
4. Vassell V.O., Leu J. Transverse magnetoresistance in layered elekcrosystems. Semiconductors Science and Technology, 1989, v4, p.645-656.
5. Шик А.Я. Сверхрешетки-периодические полупроводниковые структуры. ФТП, 1974, т.8, с.1841-1864.
6. Аскеров Б.М., Гусейнов Г.И., Фигаров В.Р., Фигарова, С.Р. Анизотропия примесного рассеяния и электропроводности квазидвумерных электронных систем. ФТТ, 2008, т.50, с. 746-750.

7. Аскеров Б.М., Фигарова С.Р., Гусейнов Г.И. Гальваномагнитные эффекты в двумерных электронных системах при рассеянии на ионах примеси. Вестник БГУ, серия физ.-мат. наук, 2009, №3, с.117-123.
8. Аскеров. Б.М., Гусейнов Г.И., Фигарова С.Р. Поперечное магнитосопротивление низкоразмерной электронной системы при рассеянии на ионах примеси. АМЕА Хəбərlərlə, fizika-giyaziyyat və texnika elmləri seriyası, 2010, №5, с.3-8.
9. Askerov B.M. Electron transport phenomena in semiconductors, World Scientific Singapore, 1994, 384 p.
10. Фигарова С.Р. Эффект Холла в квазидвумерных электронных системах при рассеянии носителей тока на оптических фононах. Вестник БГУ, серия физ.- мат. наук , 2006, № 3, с. 183-189.

**GÜCLÜ EKLANLAŞMIŞ AŞQAR İONLARINDAN SƏPİLMƏ HALINDA  
KVAZİİKİÖLÇÜLÜ ELEKTRON SİSTEMLƏRİNDƏ QALVANOMAQNİT  
EFFEKT LƏRİ**

**B.M.ƏSGƏROV, H.İ.HUSEYNOV, S.R. FİQAROVA**

**XÜLASƏ**

İşdə kosinusoidal dispersiya qanununa tabe olan kvaziikiölçülü və kvaziüçölçülü elektron sistemlərində güclü ekranlaşmış aşqar ionlarından səpilmə halında Holl effekti və maqnit müqaviməti öyrənilmişdir. Eninə maqnit sahəsində qalvanomaqnit tenzoru komponentlərinin ümumi ifadələri tapılmışdır. Göstərilmişdir ki, kvaziikiölçülü elektron qazı üçün Holl əmsalı yalnız kristalın parametrləri ilə təyin olunur, maqnit müqaviməti isə minizonanın dolma dərəcəsindən qeyri-monoton asılıdır.

**Açar sözlər:** Holl effekti, maqnit müqaviməti, aşqar ionları.

**GALVANOMAGNETIC PHENOMENA IN QUASI-TWO-DIMENSIONAL  
ELECTRON SYSTEMS WITH THE ACCOUNT OF THE STRONG SCREENING  
IMPURITY ION SCATTERING**

**B.M.ASKEROV, H.I.HUSEYNOV, S.R.FIGAROVA**

**SUMMARY**

The present paper studies Hall effect and magnetoresistance in quasi-two-dimensional and quasi-three-dimensional electronic systems with the cosinusoidal dispersion law of charge carriers on strong screening impurity ions scattering. For components of a galvanomagnetic tensor, general expressions are found in a traversal magnetic field. It is shown that the coefficient of Hall of quasi-two-dimensional electronic gas depends only on crystal parametres, and magnetoresistance non-monotonously depends on a degree of a miniband filling.

**Key words:** Hall effect, magnetoresistance, impurity ions.

*Postupila v redakciju 08.02.2011 z.*

*Prinyato k печати 10.03.2011 z.*